

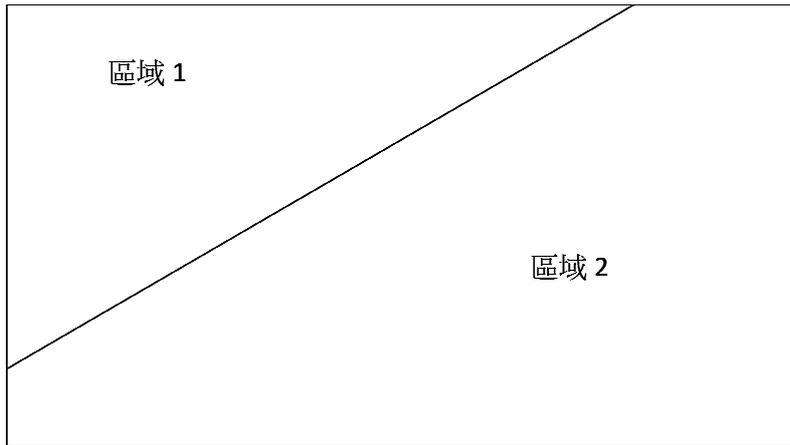
數學辯論

樣本題目 (8)

劃分區域

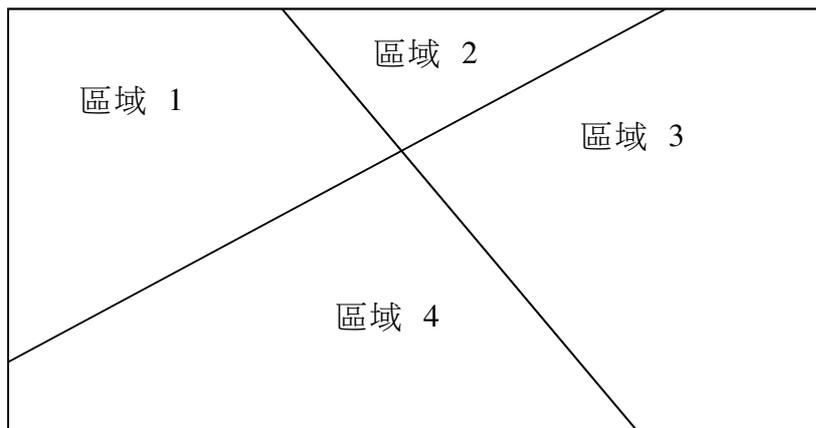
本題是有關利用鉛筆及直尺在白紙上繪畫直線的問題。在繪畫時，我們希望盡量把白紙分成最多的區域。以下有兩個例子：

例子一：紙上有一條直線時，白紙被分割成兩個區域（如圖一）。



圖一

例子二：紙上有兩條直線時，白紙就被分割成最多四個區域（如圖二）。



圖二

問題：

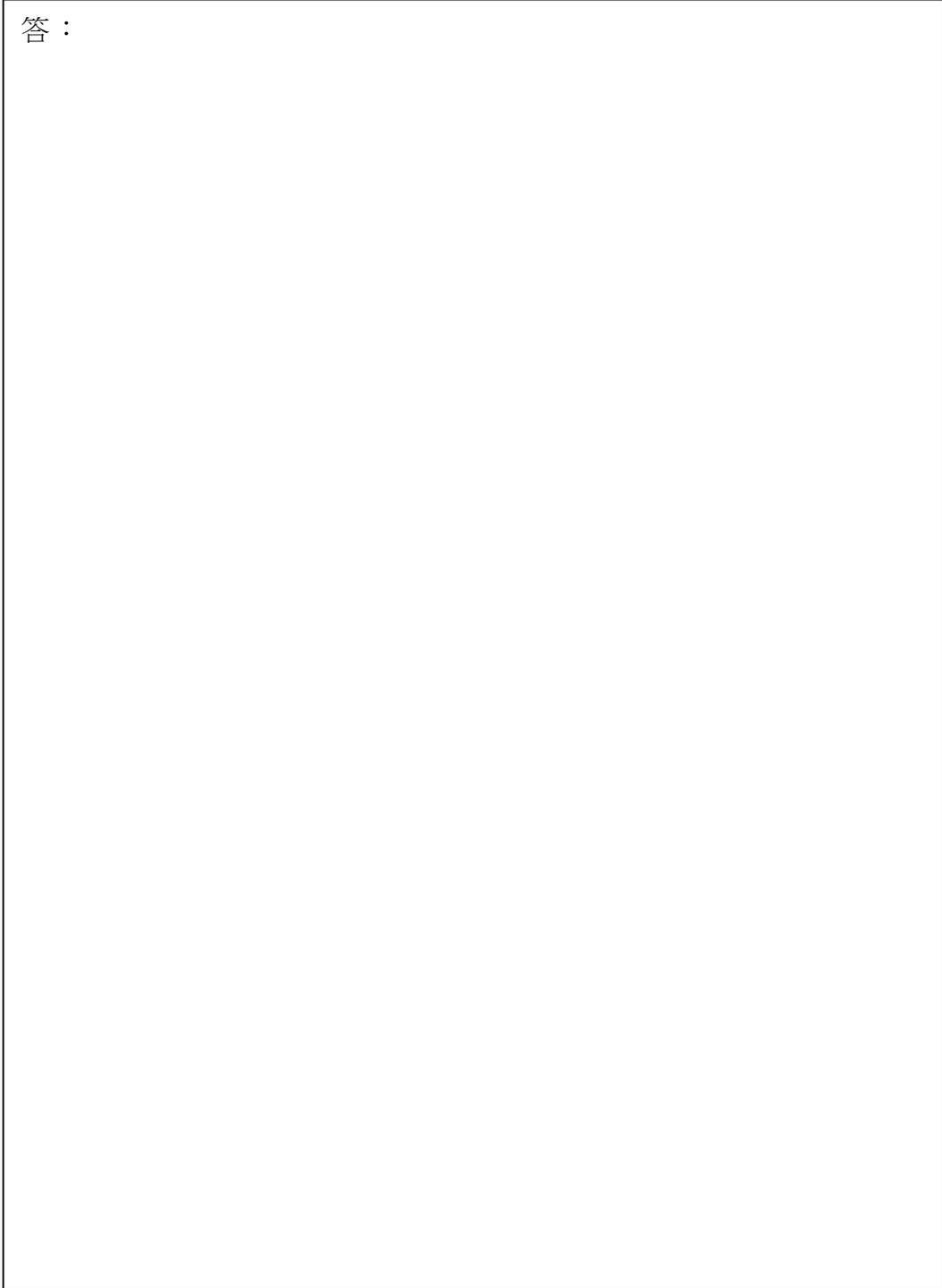
1. 請在下面圖三中繪畫三條直線，把下圖分割成最多區域，並寫下區域的

數學辯論

樣本題目 (8)

數目。

答：



圖三

區域數目：_____

2. 我們以 a_n 表示白紙被 n 條直線所分割成最多區域的數目。

數學辯論

樣本題目 (8)

例如： $a_1 = 2$
 $a_2 = 4$ 等

請在以下表格填入適當之數字（提示：可參看之前的圖一、圖二及圖三。）

直線數目 n	最多區域數目 a_n
1	$a_1 = 2$
2	$a_2 = 4$
3	$a_3 =$
4	$a_4 =$
5	$a_5 =$
6	$a_6 =$
7	$a_7 =$
⋮	⋮
n	a_n

表格一

3. 觀察以上的表格一，你發現到什麼規律？請盡量描述。

答：

數學辯論

樣本題目 (8)

4. 根據表格一之規律，推算 a_{2009} 是多少。

答：

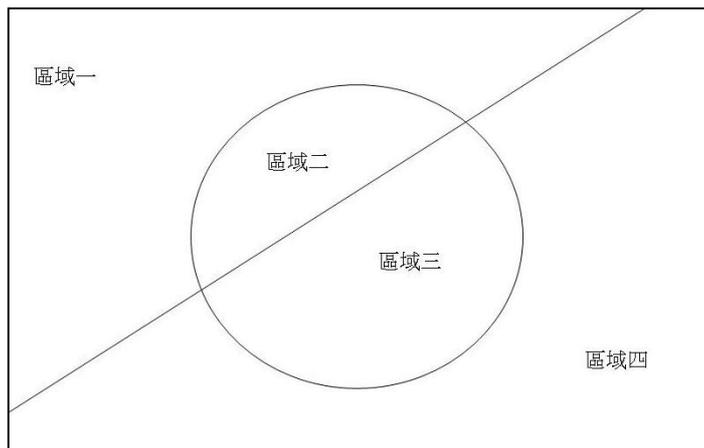
5. 請寫出一條公式來表達 n 和 a_n 的關係。

答：

注意：除了上述單純用直線來劃分白紙這方法外，我們也可以用圓形或橢

圓形來劃分白紙。以下各題都和這類型的劃分方法有關。假設你可以在一張已繪畫了 n 條直線的白紙上畫一個圓形，在繪畫的時候，你可以自行決定這個圓形的大小和位置。例如，當 $n=1$ 時，把白紙分割的其中一個方法顯示如

下：



數學辯論

樣本題目 (8)

6. 假設現在白紙上有 n 條直線 (n 是任何一個大過「0」的整數)，你要畫

上一個圓形，畫完後你希望能把這張白紙分割出最多區域，那麼，這張

白紙最多可被分割出多少個區域呢？請用 n 來表示你的答案及解釋如何

得出你的答案。

答：

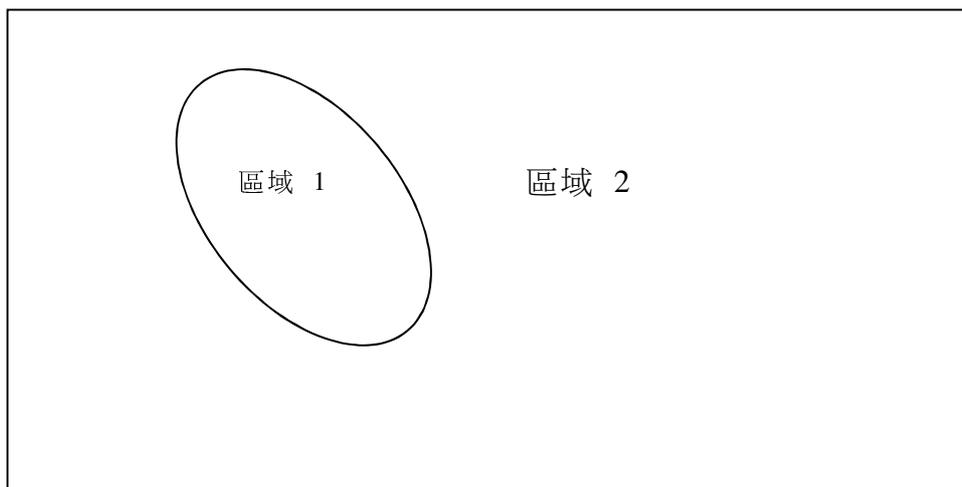
數學辯論

樣本題目 (8)

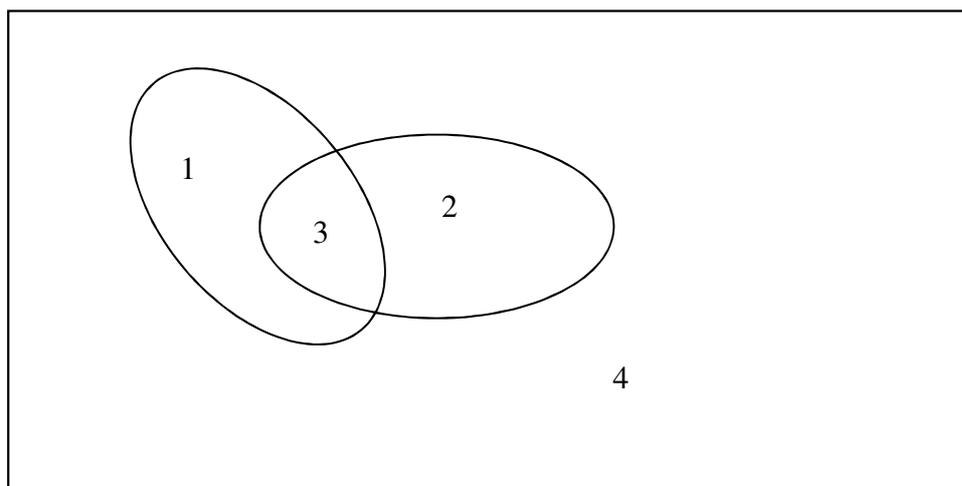
現在我們用橢圓形來作分割工具，在分割時必須符合以下三個條件：

- A：整個橢圓形要在白紙內，不能與邊界有交點；
- B：沒有三個或以上的橢圓形相交於同一點；
- C：任意 2 個橢圓形都剛好相交於兩個交點。

以下圖四和圖五的分割方法均符合這三個條件。



圖四：一個橢圓形，兩個區域

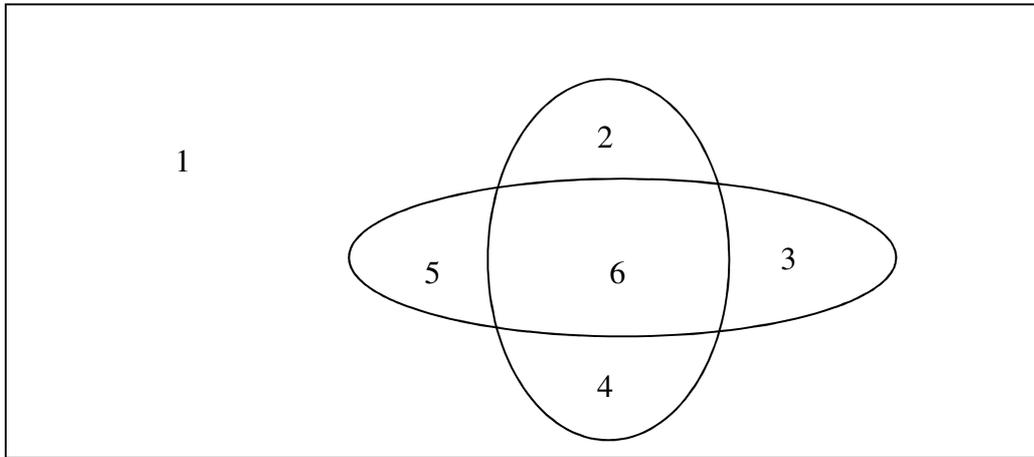


圖五：兩個橢圓形，最多四個區域

數學辯論

樣本題目 (8)

7. 雖然以下圖六的分割方法可以分割出 6 個區域，但這是不被允許的，
為什麼？



圖六

答：

8. 當白紙上有三個橢圓形時，白紙最多可以被分割成多少個區域？

答：

數學辯論

樣本題目 (8)

9. 我們以 b_n 表示白紙被 n 個橢圓形所分割成最多區域的數目。

例如: $b_1 = 2$

$b_2 = 4$ 等

現在求 b_4 , b_5 及 b_6 。

答：

10. 推算 b_{10} 是多少及寫出一條公式來表達 n 和 b_n 的關係。

答：

數學辯論

樣本題目 (8)

11. 如果現在使用橢圓形來作分割工具時只須符合前面提及的條件 A 和 B, 並取消條件 C, 你認為 b_{10} 的數值會有怎樣的改變? 為什麼?

答：